

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ДОНБАСЬКА ДЕРЖАВНА МАШИНОБУДІВНА АКАДЕМІЯ  
Кафедра «Автоматизація виробничих процесів»



Затверджую:

Декан факультету машинобудування

Касов В.Д.

2021р.

Гарант освітньої програми:

к.т.н., доцент

Разживін О.В.

«27» серпня 2021р.

Розглянуто і схвалено

на засіданні кафедри автоматизації  
виробничих процесів

Протокол № 1 від 26.08. 2021р.

Завідувач кафедри

Клименко Г.П.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

„ ТЕОРІЯ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛІННЯ ”

(назва дисципліни)

Галузь знань 15 – «Автоматизація та приладобудування»

Спеціальність 151 – «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології»

Освітній рівень другий (магістерський)

ОПП «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології»

Факультет «Машинобудування»

(назва інституту, факультету, відділення)

Розробник: к.т.н., доцент Циганаш В.Є.

КРАМАТОРСЬК, 2021

Робоча програма навчальної дисципліни «Теорія оптимального управління» для студентів галузі знань 15 «Автоматизація та приладобудування» спеціальності 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» 32 с.

Розробник ЦиганашВ.Є, к.т.н., доцент

Погоджено з групою забезпечення освітньої програми (для обов'язкових дисциплін)

Керівник групи забезпечення



О.В. Разживін, к.т.н., доцент

Розглянуто і затверджено на засіданні кафедри «Автоматизація виробничих процесів», протокол № 1 від 26.08.2021 року.

Завідувач кафедри АВП:



Г.П. Клименко, д.т.н., професор

Розглянуто і затверджено на засіданні Вченої ради факультету машинобудування, протокол № 01-21/108 від 30.08.2021 року

Голова Вченої ради факультету



В.Д. Кассов, д.т.н., професор

## 1.Опис навчальної дисципліни

Показники		Галузь знань, спеціальність, ОПП (ОНП), професійне (наукове) спрямування, рівень вищої освіти	Характеристика навчальної дисципліни	
			денна	заочна
Кількість кредитів		Галузь знань: 151 «Автоматизації та приладобудування». Спеціальність: 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології».	Обов'язкова дисципліна	
6	6			
Загальна кількість годин				
180	180			
Модулів – 1		ОПП «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології»	Рік підготовки	
Змістових модулів – 1			1	1
Індивідуальне науково-дослідне завдання <u>Експертна оцінка якості технологічної системи</u>			Семестр	
			1	2
Тижневих годин для <u>денної</u> форми навчання: аудиторних – 4; самостійної роботи студента – 8		Рівень вищої освіти: <u>другий (магістерський)</u>	Лекції	
			30	12
			Практичні	
			30	4
			Самостійна робота	
			120	164
			Вид контролю	
екзамен	екзамен			

## 2. Загальні відомості, мета і завдання дисципліни

Теорія оптимального управління – сукупність методів, спрямованих на досягнення найкращих показників якості функціонування об'єктів управління шляхом дії на них.

Постановка оптимізаційної задачі тісно пов'язана з методикою і обчислювальними процедурами її вирішення; в ряді випадків еквівалентні перетворення або ж незначні зміни постановки докорінно змінюють трудомісткість рішення. Тому для інженера важливо не тільки знання методів оптимізації, але й розуміння того, як додання або відкидання тих чи інших умов вплине на ці методи. Такому розумінню сприяє використання модульного підходу до одержання умов оптимальності і тісно пов'язаних з ним обчислювальних алгоритмів. При такому підході умови оптимальності будуються не як система розрахункових співвідношень для задачі конкретного типу, а як правило переходу до таких співвідношень, придатне для задачі з будь-якою комбінацією оптимальності і тих чи інших типів обмежень.

Дисципліна “Теорія оптимального управління” (ТОУ) відноситься до циклу дисциплін підготовки магістра. Для її засвоєння необхідно вивчення наступних дисциплін, змістовні блоки і модулі яких наведені у таблиці:

Дисципліна, змістовні блоки	Назва змістовних модулів дисципліни
Вища математика	Похідні, дослідження функції, екстремум, інтеграли та інтегрування, диференційні рівняння.
Числові методи і моделювання на ЕОМ	Моделювання систем
	Моделювання оптимальних систем
Теорія автоматичного керування	Теорія автоматичного управління лінійними системами
	Теорія автоматичного управління спеціальними системами
Ідентифікація та моделювання об'єктів автоматизації	Ідентифікація, критерії та умови
	Ідентифікація параметрів в часовій та в частотній області
Основи системного аналізу	Проектування автоматизованої системи управління з ЕОМ
Автоматизований електропривод	Системи автоматичного керування ЕП верстатів і роботів
	Проектування САК ЕП верстатів і роботів

**Мета дисципліни** - формування когнітивних, афективних та психомоторних компетентностей в сфері навчання студентів

кваліметричних методів обґрунтування, розробки, застосування, дослідження підвищення якості технологічних систем.

**Завдання дисципліни** полягає у формуванні здатностей студентів:

- формулювання та дослідження ефективних підходів до оцінки якості процесів проектування, виготовлення та експлуатації автоматизованих технологічних систем;

- до знаходження характеристик якості технологічних систем, проведення випробування, для здобуття показників і якості технологічних систем;

- здійснювати побудови ієрархічних структур і якості технологічних систем;

- опанувати теоретичними і методичними підходами до організації проведення експертних оцінок якості та математичної обробки їх результатів;

- до побудови логічних висновків, навичок самостійного аналізу шляхів підвищення якості технологічної системи.

**Передумови для вивчення дисципліни:**

Вища математика, економіка та організація виробництва, прикладна математика, інформатика, математичне моделювання процесів різання.

**Мова викладання:** українська.

**Обсяг навчальної дисципліни** та його розподіл за видами навчальних занять:

**Обсяг навчальної дисципліни** та його розподіл за видами навчальних занять:

- загальний обсяг для денної форми навчання становить 180 годин/ 6,0 кредитів, в тому числі: лекції- 30 годин, практичні заняття -30 годин, самостійна робота студентів - 120 годин;

- загальний обсяг для заочної форми навчання становить 180 годин/ 6,0 кредити, в тому числі: лекції 12 години, практичні заняття -4 годин, робота студентів - 164 години.

### **3 Програмні результати навчання**

Освітня компонента «Теорія оптимального управління» повинна сформулювати наступні програмні результати навчання, що передбачені освітньо-професійною програмою підготовки магістрів «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології»:

- Застосовувати спеціалізовані концептуальні знання, що включають сучасні наукові здобутки, а також критичне осмислення сучасних проблем у сфері автоматизації та комп'ютерно-інтегрованих технологій для розв'язування складних задач професійної діяльності.

- Застосовувати сучасні підходи і методи моделювання та оптимізації для дослідження та створення ефективних систем автоматизації складними технологічними та організаційно-технічними об'єктами.

- Застосовувати сучасні технології наукових досліджень, спеціалізований математичний інструментарій для дослідження, моделювання та ідентифікації об'єктів автоматизації.

У результаті вивчення навчальної дисципліни «Теорія оптимального управління» студент повинен продемонструвати достатній рівень сформованості певних результатів навчання через здобуття наступних загальних та фахових компетентностей:

- Здатність проведення досліджень на відповідному рівні.
- Здатність застосовувати методи моделювання та оптимізації для дослідження та підвищення ефективності систем і процесів керування складними технологічними та організаційно-технічними об'єктами.
- Здатність застосовувати сучасні методи теорії автоматичного керування для розроблення автоматизованих систем управління технологічними процесами та об'єктами

У результаті вивчення навчальної дисципліни «Теорія оптимального управління» студент повинен продемонструвати достатній рівень сформованості певних результатів навчання, які в загальному вигляді можна навести наступним чином:

**У когнітивній сфері** студент здатний:

- усвідомити методи аналізу оптимального управління об'єктами та технологічним процесом виробництва з точки зору забезпечення вимогам автоматизованого керування;
- продемонструвати здатність застосовувати спеціалізовані концептуальні знання, що включають сучасні наукові здобутки, а також критичне осмислення сучасних проблем
- вміти розробляти структурні, функціональні схеми АСУ;
- здійснити доведення розв'язки завдань до практичних прийнятих рішень при впровадженні відповідних інформаційних та комп'ютерно-інтегрованих технологій при створенні сучасних автоматизованих систем керування та обробки інформації

**В афективній сфері** студент здатний:

- критично осмислювати лекційний і поза лекційний навчальний матеріал;
- використовувати пакети програм, реалізовувати обчислення характеристик якості різних автоматизованих технологічних систем;
- успішно розв'язувати прикладні обчислювальні задачі з розрахунку технологічних параметрів засобів автоматизації в рамках використання персональних комп'ютерів;
- регулярно співпрацювати із іншими студентами та викладачем в процесі обговорення проблемних моментів на лекційних, практичних заняттях, при виконанні та захисті курсового проекту; ініціювати та брати участь у предметній дискусії з прикладних питань навчальної дисципліни, повною мірою розділяти цінності колективної та наукової етики.

**У психомоторній сфері** студент здатний:

- самостійно аналізувати і оцінювати прикладні математичні методи та комп'ютерні алгоритми чисельного розв'язування інформаційних завдань;
- застосовувати методики аналізу, синтезу та оптимізації кіберфізичних виробництв, систем автоматизації управління виробництвом, життєвим циклом продукції та її якістю;

- застосовувати основні підходи до теорії управління систем керування ;
- оформити реферат за індивідуальним завданням;
- контролювати результати власних зусиль в освітньому процесі;
- самостійно здійснювати пошук, систематизацію, узагальнення навчального матеріалу, розробляти варіанти розв'язування завдань і обрати найбільш раціональні з них.





## Лекції

№ розділу	№ теми	Зміст тем, лекцій, дидактичних засобів. Завдання на СРС	Кількість годин Денна/заочна				Література
			Всього	Лекції	ПР	СРС	
1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	<p><u>Лекція 1</u></p> <p><i>Постановка задач статичної оптимізації. Класифікація методів оптимізації функцій</i></p> <p><i>Динаміка об'єкту, клас допустимих управлінь, початковий і кінцевий стан об'єкту, цільова функція. Приклади задач оптимального управління.</i></p> <p>Дидактичні засоби: графопроєктор (функція, функціонал, оператор, приклади задач).</p> <p>Завдання на СРС: Розглянути наведені приклади. Ознайомитись з умовами індивідуального завдання</p>	12/11,5	2/0,5	2/0	8/11	[1], с. 12-16; [2], с. 8-11;
	2	<p><u>Лекція 2</u></p> <p><i>Методи класичного аналізу для розв'язку задач умовної оптимізації.</i></p> <p>Дидактичні засоби: графопроєктор (постановка лінійної задачі швидкодії).</p> <p>СРС: Проаналізувати об'єкт управління, заданий на виробничій практиці. Зробити словесну постановку задачі оптиміального управління.</p>	12/12,5	2/1	2/0,5	8/11	[1], с. 12-16, 75-78; [2], с. 85-90; [3], с. 83-95.

	<p>3 <u>Лекція 3</u>  <i>Методи одновимірної оптимізації.</i>  Застосовуються плакати та діапроектор.  Дидактичні засоби: графопроектор (приклади формалізації).  Завдання на СРС: Розглянути наведені приклади.  Визначити загальну схему процесу (об'єкту).  Ввести позначення для змінних (бажано вказати їх розмірність)</p>	12/12,5	2/1	2/0,5	8/11	[2], с. 11-30; [3], с. 17-34.
	<p>4 <u>Лекція 4</u>  <i>Градентні методи багатомірної оптимізації</i>  Дидактичні засоби: графопроектор (приклади формалізації).  Завдання на СРС: Обґрунтувати критерій оптимальності як функцію від усіх або від частини змінних.</p>	12/12	2/1	2/0	8/11	[3], с. 17-34.
	<p>5 <u>Лекція 5</u>  <i>Методи нульового порядку багатомірної оптимізації. Організація експертизи</i>  Дидактичні засоби: графопроектор (обчислювальні алгоритми).  Завдання на СРС: Виділити множини допустимих значень змінних. Привести автономні обмеження і умови, які зв'язують їх у сукупності змінних.</p>	12/12,5	2/1	2/0,5	8/11	[2], с. 65-85; [3], с. 36-49.

	6	<u>Лекція 6</u> <i>Лінійне програмування</i> Дидактичні засоби: графопроектор (приклад). Завдання на СРС: дати повну структуру і намітити загальну схему вирішення оптимізаційної задачі.	12/12,5	2/1	2/0,5	8/11	[2], с. 85-90; [3], с. 83-95
	7	<u>Лекція 7</u> <i>Реалізація статичної оптимізації в системах керування</i> Дидактичні засоби: графопроектор (приклад). Завдання на СРС: На прикладі канонічної задачі розглянути можливості модульного підходу.	12/12	2/1	2/0	8/11	[2], с. 119—131.
2	8	<u>Лекція 8</u> <i>Основні етапи аналізу і розв'язку оптимізаційних задач.</i> Завдання на СРС: Виділити множини допустимих значень змінних.	12/12	2/0,5	2,0,5	8/11	[2], с65-85; [3], с 36-49
	9	<u>Лекція 9</u> <i>Загальна характеристика задач оптимізації функціоналів</i> Завдання на СРС: дати повну структуру і намітити загальну схему вирішення оптимізаційної задачі.	12/12,5	2/1	2,0,5	8/11	[2], с 85-90; [3], с,83-95
	10	<u>Лекція 10</u> <i>Необхідніумови оптимальності, модульний підхід.</i> Завдання на СРС: на прикладі канонічної задачі розглянути можливості модульного підходу	12/12	2/1	2/0	8/11	[2], с 119-131

11	<u>Лекція 11</u> <i>Принципи побудови екстремальних систем.</i> Завдання на СРС: розглянути структуру простої екстремальної системи, внутрішні та зовнішні взаємозв'язки.	12/11,5	2/0,5	2/0	8/11	[2], с 119-132-163
12	<u>Лекція 12</u> <i>Принципи побудови оптимальної швидкісної системи.</i> Завдання на СРС: розглянути структуру простої швидкісної системи, внутрішні та зовнішні взаємозв'язки.	12/12	2/0,5	2/0,5	8/11	[2], с 119-164-210
13	<u>Лекція 13</u> <i>Динамічне програмування.</i> Завдання на СРС: розглянути можливість використання динамічного програмування для вирішення індивідуальних завдань.	12,/12	2/1	2/0	8/11	[2], с 90-95
14	<u>Лекція 14</u> <i>Принцип максимуму в модульній формі, приклади його використання.</i> Завдання на СРС: розглянути можливість використання принципу максимуму для вирішення індивідуальних завдань	12/12	2/0,5	2,/0,5	8/11	[1], с.122-133; [2], с 95-100
15	<u>Лекція 15</u> <i>Необхідні умови оптимальності, модульний підхід.</i> Завдання на СРС: на прикладі канонічної задачі розглянути можливості модульного підходу	12/12,5	2/0,5	2/0	8/12	[2], с 119-131
Усього з дисципліни		180/180	30/12	30/4	120/164	

## Теми практичних занять

Мета практичних робіт - закріплення знань теоретичного матеріалу, здобуття навичок оцінювання якості технологічних систем.

Тема	Тема практичного заняття	Характеристика критеріїв досягнення результатів навчання
Тема 1.1. Практична робота 1	Загальна постановка задачі оптимального управління. Основні етапи формулювання оптимізаційної задачі. Формулювання задачі для системи з послідовним і паралельним включення підсистем.	Проводити аналіз конструктивних і технологічних особливостей технологічного об'єкту управління та його технологічного регламенту
Тема 1.2 Практична робота 2 Практична робота 3	Формулювання, структура та загальна схема вирішення оптимізаційних задач. Формулювання оптимізаційної задачі для системи з визначенням рішення у вигляді функції. Практичні схеми реалізації оптимального управління без (з використанням) зворотного зв'язку на основі моделей.	Вибирати критерій оптимізації, визначати цільову функцію і обмеження, визначати повноту інформації про об'єкт управління
Тема 1.3 Практична робота 4 Практична робота 5	Оптимізація процесів, модульний підхід до одержання умов оптимальності. Практичні схеми з використанням еволюційної оптимізації. Схеми з використанням динамічного програмування і принципу максимуму.	Вибирати метод вирішення задачі, вибрати алгоритм оптимізації програмно з використанням комп'ютерно-інтегрованого середовища (MATLAB, SIAM та ін.)

## Індивідуальні завдання

Ціль індивідуальних завдань – формування навиків та вмінь у постановці та розробці задачі оптимального управління в рамках теми, одержаної для дипломного проектування при проходженні виробничої практики. Оцінка одержаних знань проводиться по результатам поточного завдання, яке при подальшому поглибленні розробки може бути включене у вигляді складової частини в дипломний проект або магістерську роботу.

### Тематика індивідуальних завдань

№ змістовного модулю	№ теми	Індивідуальне завдання	Література
1	1	Формулювання задачі для системи з послідовним і паралельним включення підсистем	[3], [6]
	2	Формулювання оптимізаційної задачі для системи з визначенням рішення у вигляді функції.	[2]
	3	Практичні схеми з використанням еволюційної оптимізації.	[2], [3]
	4	Схеми з використанням динамічного програмування і принципу максимуму	[1], [2]

## 5. Методи навчання

При викладанні дисципліни передбачається використання мультимедійних засобів, слайдів і натурних зразків. Застосовується методи аналізу та синтезу складних систем оптимального управління. Досліджуються властивості якості з використанням експертних методів. Перед практичними заняттями студенти вивчають самостійно окремі теми, виконують реферати за індивідуальною тематикою.

## 6. Методи контролю

Підсумкові оцінки за триместр в цілому переводяться за національною шкалою та шкалою ECTS відповідно до таблиці перекладу, яка визначається діючим в ДДМА положення про організацію навчального процесу в кредитно-модульній системі підготовки фахівців:

Рейтингова оцінка	У національній шкалі	У шкалі ECTS
90-100	Відмінно (зараховано)	A
81-89	Добре (зараховано)	B
75-80	Добре(зараховано)	C
65-74	Задовільно (зараховано)	D
65-64	Задовільно (зараховано)	E
30-54	Незадовільно (не зараховано)	FX
0-29	Незадовільно (не зараховано)	F

Для отримання позитивної оцінки з дисципліни студент повинен скласти всі модулі та одержати не менше ніж 55 балів сумарної оцінки. Студент, який на протязі триместру склав всі модулі і набрав не менше 55 балів сумарної оцінки, має право отримати підсумкову оцінку без складання заліку.

Результати прийому заліку оцінюються за 100 – бальною рейтинговою шкалою. При оцінюванні результатів заліку використовується також національна 5- бальна шкала та вищенаведена таблиця перекладу з діючого в ДДМА положення про організацію навчального процесу в кредитно-модульній системі підготовки фахівців.

**Перелік обов'язкових контрольних точок для оцінювання знань студентів заочної форми навчання:**

№	Назва і короткий зміст контрольного заходу	Max балів	Характеристика критеріїв досягнення результатів навчання для отримання максимальної кількості балів
1	Тестова контрольна робота, яка виконується студентом індивідуально в системі Moodle	40	Студент виконав тестові завдання, що відповідають програмним результатам навчання з дисципліни
2	Письмовий екзамен (залік)	60	Студент виконав аналітично-розрахункові завдання та навів аргументовані відповіді на ситуаційні завдання, що відповідають програмним результатам навчання з дисципліни
Всього		100	-

## **7.Контрольні роботи**

Мета контрольних робіт – оцінка рівня засвоєння студентами учбового матеріалу та вмінь, передбачених освітньо-кваліфікаційною характеристикою підготовки спеціаліста і магістра.

В завдання до контрольних робіт включаються питання про загальні принципи та методи розробки оптимальних систем автоматичного управління в рамках індивідуальних завдань, одержаних кожним студентом при проходженні виробничої практики.

Перша контрольна робота передбачає розробку індивідуального завдання в рамках матеріалу, освоєного в темах 1.1, 1.2.

Друга контрольна робота передбачає розробку індивідуального завдання в рамках матеріалу, освоєного в темі 1.3.

## **8.Навчально-методичні матеріали**

### **Література основна**

1. Благодатских В.И. Введение в оптимальноеуправление (линейнаятеория): Учебник/ В.И.Благодатских. Подред.В.А.Садовничего. – М.:Высш.шк., 2001. – 239 с.

2. Куропаткин П.В. Оптимальные и адаптивные системы :Уч.пос. длявузов. – М.:Высш.шк., 1980. – 287 с.

3. Банди Б.Методыоптимизации. Вводный курс. – М.: Радио и связь, 1988. – 128 с.

4. ФельдбаумА.А.Основытеории +оптимальныхавтоматических систем. –М.:Наука, 1966. – 623 с.

5. Пантелеев А.В., Летова Т.А.Методыоптимизации в примерах и задачах: Уч.пос./А.В.Пантелеев, Т.А.Летова. – М.: Высш.шк., 2002. –544 с.

### **Література додаткова**

6. Брайсон А., Хо Ю-Шиприкладнаятеория оптимального управления. –М.: Мир, 1972. – 389 с.

7. Системы: декомпозиция, оптимизация и управление / Сост. М.Сингх, А.Титли; Сокр.пер.сангл. – М.: Машиностроение, 186. 96 с.

8. МочаловС.П.Методыоптимизацииметаллургическихпроцессов: Уч.пос.- Кузбасскийполитехн.ин-т. – Новокузнецк: 1989. – 80 с.

9. Поляк Б.Т. «Введение в оптимизацию». – М.Наука, 1983. -384с.

10. Гиля Ф., Мюррей У., Райт М. «Практическаяоптимизация». –М: Мир, 1985-510с.



## Додаток А

### Питання для підготовки до контрольної роботи та екзамену з дисципліни «Теорія оптимального управління»

#### Варіант контрольної роботи

1. Завдання, що призводять до варіаційним проблем: завдання Дідони, завдання про Брахістохрона, завдання про геодезичних лініях, завдання про мінімальну поверхні.
2. Основні визначення: поняття функціоналу, варіація функціонала і її властивості.
3. Екстремуми функціоналу, сильний і слабкий екстремуми. Необхідна умова екстремуму функціоналу.
4. Постановка найпростішої варіаційної задачі з нерухомими кордонами. Основна лема варіаційного числення. Необхідна умова екстремуму функціоналу (рівняння Ейлера).
5. Найпростіші випадки інтегрування рівняння Ейлера. Функціонали, які не залежать від  $y'$ . Функціонали, що залежать від  $y'$  лінійно. Функціонали, що залежать лише від  $y'$ . Функціонали, незалежні від  $y'$ . Функціонали, що залежать явно від  $x$ . Рішення завдання про мінімальну поверхні і завдання про Брахістохрона.
6. Узагальнення найпростішої варіаційної задачі. Функціонали, що залежать від кількох функцій однієї незалежної змінної і їх перших похідних. Система рівнянь Ейлера. Функціонали, що залежать від похідних вищого порядку. Рівняння Ейлера.
7. Узагальнення найпростішої варіаційної задачі. Функціонали від декількох функцій однієї змінної та їх похідних вищого порядку. Система рівнянь Ейлера Пуассона. Функціонали, що залежать від функції двох незалежних змінних і їх приватних похідних першого порядку. Рівняння Остроградського. Узагальнення на випадок функції декількох незалежних змінних. Функціонали, що залежать від функції двох незалежних змінних і їх приватних похідних до другого порядку включно.
8. Завдання з рухомими кінцями. Найпростіша варіаційна задача з рухливими границями. Умови трансверсальності.
9. Екстремали з кутовими точками. Завдання щодо відображення екстремалів. Переломлення екстремалів.

#### Питання для підготовки до контрольної роботи та підсумкового контролю знань

##### Контрольна робота К1.

1. Необхідні умови в задачі Лагранжа.
2. Необхідні умови в завданні.
3. Нахил поля в точці. Функція нахилу. Центральне поле. Побудова центрального поля екстремалів. Умова Якобі. Рівняння Якобі.

4. Достатні умови сильної і слабкої екстремумів функціоналу. Функція Вейерштрасса. Достатні умови слабого екстремуму. Достатні умови сильного екстремуму. Приклади. Умови Лежандра. Приклади.
5. Постановка завдання оптимального управління. Керований об'єкт (система). Поняття про завдання оптимального управління. Класифікація задач оптимального управління. Приклади завдань оптимального управління.
6. Завдання Лагранжа у формі Понтрягіна. Постановка завдання Лагранжа у формі Понтрягіна. Метод множників Лагранжа. Допоміжний функціонал. Завдання Лагранжа у формі Понтрягіна в разі рухомих решт. Функція Понтрягіна. Гамільтона системи.

#### Контрольна робота К2.

1. Деякі завдання з обмеженнями в класичному варіаційному численні. Фазові обмеження і обмеження на управління. Необхідні умови екстремуму функціоналу в задачах з обмеженнями. Умови сполучення.
2. Лінійні задачі оптимального управління. Лінійні керовані системи. Завдання оптимального швидкодії. Рівняння обуреного руху, рівняння першого наближення. Рішення задачі оптимального швидкодії. Керована система. Необхідна і достатня умова керованої системи.
3. Автономна система управління. Формулювання і обговорення принципу максимуму. Завдання з фіксованими кінцями і вільним часом. Оптимальне керування, оптимальна траєкторія, оптимальний процес. Основні співвідношення. Сполучена система, зв'язані змінні. Функція Понтрягіна. Теорема (формулювання принципу максимуму).
4. Завдання швидкодії. Необхідна умова оптимальності за швидкодією. Приклад рішення задачі оптимальної швидкодії.
5. Лінійна задача оптимальної швидкодії. Постановка і рішення лінійної задачі оптимальної швидкодії. Функція Понтрягіна для лінійної задачі оптимальної швидкодії. Теорема про єдиності завдання оптимального швидкодії.
6. Завдання синтезу управління. Синтезує функція. Синтез управління. Найшвидша зупинка рухається точки в заданому місці. Приведення маятника в верхнє положення рівноваги.